

Problemas estáticamente indeterminados

En los casos que hemos revisado anteriormente pudimos encontrar las fuerzas internas producidas por fuerzas externas a las que se encuentra sometido un elemento a partir de ecuaciones de equilibrio. Sin embargo, existen casos en los que no es posible determinar las fuerzas internas basándonos únicamente en ecuaciones de equilibrio de la estática. Para estos casos debemos complementar a las ecuaciones de equilibrio con relaciones a partir de las deformaciones que sufren los elementos analizados. A este tipo de problemas se les conoce como estáticamente indeterminados.

Podemos identificar una estructura estáticamente indeterminada cuando está sujeta por más soportes de los necesarios. Por lo tanto, tenemos más reacciones que ecuaciones con las cuales trabajar. Para resolver estos problemas existe el método de superposición, donde nos basamos en que estas reacciones, junto con las otras fuerzas, generan deformaciones de acuerdo con las condiciones del elemento. Así, tomando dichas deformaciones individuales, sumamos los resultados obtenidos para encontrar las incógnitas.

Ejemplo:

Una barra AB de longitud L y sección transversal uniforme se sujeta a soportes rígidos en A y B antes de cargarse. ¿Cuáles son los esfuerzos en las porciones AC y BC debido a la aplicación de la carga P en el punto C (figura 2.26a)?

A partir de la figura 2.26 b obtendremos la ecuación de equilibrio

$R_A + R_B = P$, pero con esa ecuación no es suficiente para encontrar las reacciones. Esto nos indica que es estáticamente indeterminado, por lo que ahora nos fijamos en las deformaciones de la barra, la cual debe ser igual a cero. Observando los estiramientos en los segmentos AC y BC, definimos $\delta = \delta_1 + \delta_2 = 0$ y sustituyendo las deformaciones en términos de las fuerzas internas correspondiente P1 y P2:

$$\delta = \frac{P_1 L_1}{AE} + \frac{P_2 L_2}{AE} = 0$$

Observando la figura 2.27, en el inciso b observamos que R_A es igual a P1, mientras que en el inciso c P2 es igual a $-R_B$. Sustituyendo en la ecuación anterior y simplificando obtenemos lo siguiente:

$$R_A L_1 - R_B L_2 = 0$$

Resolviendo simultáneamente para R_A y R_B obtenemos $R_A = PL_2/L$ y $R_B = PL_1/L$. A partir de estas ecuaciones obtenemos los esfuerzos al dividir R_A y R_B entre el área transversal de la barra:

$$\sigma_1 = \frac{PL_2}{AL} \quad \text{Y} \quad \sigma_2 = -\frac{PL_1}{AL}$$

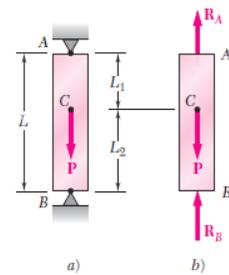


Figura 2.26

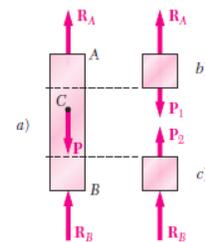


Figura 2.27

Referencia:

P. Beer, Ferdinand; Russel Johnston Jr. , E.; T. de DeWolf, John; F. Mazurek, David . (2009).
Mecánica de Materiales. México, Distrito Federal: McGraw-Hill.